Strömungstechnik
Formelsammlung

Andreas Zimmer

SS 98

Inhaltsverzeichnis

1. Hydrostatik

1.1 Kolbendruck

$$\boxed{p = \frac{F}{A}}$$

p :	hydrostatischer Druck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
F :	Kolbenkraft	[N = kg·m / s²]	N : Newton
A :	Kolbenfläche	[m²]	

1.2 Hydraulische Presse

$$\boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{s_1}{s_2}}$$

p :	hydrostatischer Druck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
F :	Kolbenkraft	[N = kg·m / s²]	N : Newton
A :	Kolbenfläche	[m²]	
s :	Weg des Kolben	[m]	

1.3 Schweredruck

$$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

p :	hydrostatischer Schweredruck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
ρ :	Dichte der Flüssigkeit	[kg / m³]	
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]	
h :	Flüssigkeitstiefe	[m]	

1.4 Gesamtdruck

$$\boxed{p_{ges} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h}$$

p_{ges} :	Absolutdruck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
p_0 :	Systemdruck oberhalb der Flüssigkeit z.B. p_B		
ρ :	Dichte der Flüssigkeit	[kg / m³]	
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]	
h :	Flüssigkeitstiefe	[m]	

1.5 Druckkraft

$$\boxed{F = p \cdot A}$$

p :	hydrostatischer Druck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
F :	Kraft	[N = kg·m / s²]	N : Newton
A :	Fläche	[m²]	

1.6 Wandkräfte

$$\boxed{F = \rho \cdot g \cdot z_s \cdot A}$$

F :	Wand- bzw. Bodenkraft	[N = kg·m / s²]	N : Newton
A :	projektzierte belastete Fläche	[m²]	
ρ :	Dichte der Flüssigkeit	[kg / m³]	
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]	
z_s :	Schwerpunktabstand von der Spiegeloberfläche		[m]

1.7 Kommunizierende Gefäße

$$\boxed{p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot \Delta h}$$

$$\boxed{\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}}$$

p :	hydrostatischer Druck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
ρ :	Dichte der Flüssigkeit	[kg / m³]	
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]	
Δh :	Niveaudifferenz	[m]	

1.8 Auftriebskraft

$$\boxed{F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V}$$

$$\boxed{F_G = \rho_K \cdot g \cdot V}$$

$$\boxed{F_G = m \cdot g}$$

F_A :	Auftriebskraft	[N = kg·m / s²]	N :	Newton
F_G :	Gewichtskraft	[N = kg·m / s²]	N :	Newton
ρ_{Fl} :	Dichte der Flüssigkeit	[kg / m³]		
ρ_K :	Dichte des Körpers	[kg / m³]		
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]		

2. Strömung idealer Fluide

2.1 Kontinuitätsgesetz

$$\boxed{\dot{V} = A \cdot v = konst}$$

$$\boxed{\dot{m} = A \cdot v \cdot \rho = konst}$$

$$\boxed{\begin{gathered} A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \\ d_1^2 \cdot v_1 = d_2^2 \cdot v_2 \end{gathered}}$$

$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]
$\dot{m}$:	Massenstrom	[kg / s]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
A :	Strömungsquerschnitt	[m²]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
d :	Rohrdurchmesser	[m]

2.2 Energiegleichung nach Bernoulli

$$\boxed{g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = konst}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]	
ρ :	Dichte	[kg / m³]	
p :	hydrostatischer Druck	[Pa = N / m²]	Pa : Pascal
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]	
z :	Ortshöhe von der Null-Linie	[m]	

Anwendung:

1. In der Skizze Ebenen festlegen und in Strömungsrichtung numerieren, eine davon zur Null-Linie erklären.
2. Bernoulli-Gleichung aufschreiben.
3. Komponenten überprüfen: Was ist bekannt, unbekannt, konstant, gleich und Null ist.
   z.B. horizontale Strömung $z_1 = z_2 = 0$, Staupunktströmung $v_2 = 0$
4. Rest der Bernoulli-Gleichung aufschreiben.

Energieform $$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$$

Druckform $$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$$

Höhenform $$z_1 + \frac{p_1}{g \cdot \rho} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{g \cdot \rho} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

2.3 Ausfluß eines offenen Behälters (Torricelli)

$$\boxed{v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
h :	Spiegelhöhe über der Öffnung	[m]
φ :	Geschwindigkeits- oder Reibungsbeiwert, $\varphi < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	

$$\boxed{t = \frac{2 \cdot A_0}{\mu \cdot A_M \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \left(\sqrt{z_0} - \sqrt{z_1}\right)}$$

t :	Zeit für komplettes Leerlaufen	[s]
A_0 :	Behälterquerschnittsfläche	[m²]
A_M :	Mündungsquerschnittsfläche	[m²]
μ :	Einschnürungsfaktor, $\mu < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
z_0 :	Spiegelhöhe über dem Ausfluß	[m]
z_1 :	Höhe des Behälterbodens über dem Ausfluß	[m]

2.4 Ausfluß aus einem Druckbehälter (Torricelli)

$$\boxed{v = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot h + \frac{p_ü}{\rho}\right)}}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
h :	Spiegelhöhe über der Öffnung	[m]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
$p_ü$:	Überdruck im Behälter $p_ü = p_{abs} - p_B$	
φ :	Geschwindigkeits- oder Reibungsbeiwert, $\varphi < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	

2.5 Meßgeräte

Piezorohr	$\Rightarrow$	mißt den statischer Druck $\mathbf{p_{stat}}$
Pitot-Rohr	$\Rightarrow$	mißt den Totaldruck (Gesamtdruck) $\mathbf{p_{tot}}$
Prandtl-Rohr	$\Rightarrow$	mißt den dynamischer Druck $\mathbf{p_{dyn}}$ durch Integration von Piezo- und Pitot-Rohr und errechnet daraus Strömungsgeschwindigkeit v
Venturi-Rohr	$\Rightarrow$	mißt den statischen Druck an zwei verschiedenen Querschnitten und errechnet daraus Strömungsgeschwindigkeit v^*

$$\boxed{p_{tot} = p_{stat} + p_{dyn}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{tot} - p_{stat})}{\rho}}}$$

$$\boxed{v^* = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{\left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
Δh :	Spiegelhöhedifferenz in den Piezo-Rohren	[m]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
A_2 :	kleinerer Querschnitt	[m²]
A_1 :	größerer Querschnitt	[m²]

3. Strömung realer Fluide

3.1 Reibungs- bzw. Schubspannung

$$\tau = \frac{F_R}{A} = \eta \cdot \frac{v}{l}$$

τ :	Schubspannung	[N / m²]
F_R :	Scherkraft	[N]
A :	Strömungsquerschnitt	[m²]
η :	dynamische Viskosität	[Pa·s]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
l :	charakteristische Länge	[m]

3.2 Kinematische Viskosität

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

ν :	kinematische Viskosität	[m² / s]
	ν_{Wasser} (20 °C) = $1 \cdot 10^{-6}$	ν_{Luft} (20 °C) = $15 \cdot 10^{-6}$
η:	dynamische Viskosität	[Pa·s]
	η_{Wasser} (20 °C) = $1 \cdot 10^{-3}$	η_{Luft} (20 °C) = $1{,}8 \cdot 10^{-5}$
ρ :	Dichte	[kg / m³]

3.3 Ähnlichkeitsgesetze (Kennzahlen)

$$R_e = \frac{v \cdot l}{\nu}$$

$$F_r = \frac{v^2}{\sqrt{g \cdot l}}$$

$$M_a = \frac{v}{a}$$

$$a = \sqrt{\chi \cdot R_i \cdot T}$$

$$a = \sqrt{\chi \cdot p \cdot v}$$

$$a = \sqrt{\frac{p \cdot \chi}{\rho}}$$

R_e : Renolds-Zahl

R_e < 2320 $\Rightarrow$ laminare Strömung

R_e > 2320 $\Rightarrow$ turbolente Strömung

F_r : Froude-Zahl

Fr < 1 gilt für offene Kanalströmungen mit natürlichem Gefälle ohne Schwallbildung

M_a : Mach-Zahl

M_a < 0,33 $\Rightarrow$ inkompressibles Fluid

M_a > 0,33 $\Rightarrow$ kompressibles Fluid

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
l :	charakteristische Länge	[m]
ν :	kinematische Viskosität	[m² / s]
a :	Schallgeschwindigkeit	[m / s]
	a_{Luft} = 340 m/s	a_{Wasser} = 1455 m/s
χ :	Isentropenexponent	
R_i :	individuelle Gaskonstante	[J / (kg·K)]
p :	Druck	[Pa = N / m²] Pa : Pascal

3.4 Erweiterte Energiegleichung

spez. Enegieverlust

$$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + Y_V$$

Druckverlust

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \Delta p_V$$

Verlusthöhe

$$z_1 + \frac{p_1}{g \cdot \rho} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{g \cdot \rho} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_V$$

$\rho \cdot g \cdot z_1$	hydrostatischer Druck
p_1	statischer Druck
$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2}$	dynamischer Druck, Staudruck

4. Strömungsdruckverluste und Reibungswiderstände

4.1 Allgemeine Umrechnung

$$\boxed{\Delta p_V = \rho \cdot Y_V = \rho \cdot g \cdot h_V}$$

Δp_V:	Druckverlust	[Pa]
Y_V :	spez. massebezogener Energieverlust	[J / kg]
h_V :	Verlusthöhe	[m]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]

4.2 Druckverlust in laminaren Rohrströmungen

$$\boxed{v_{mit} = \frac{1}{2} \cdot v_{max}}$$

$$\boxed{\Delta p_V = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{mit}^2}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{R_e}}$$

$$\boxed{\Delta p_V = R_l \cdot \dot{V}}$$

$$\boxed{R_l = \frac{128 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot d^4}}$$

Δp_V :	Druckverlust	[Pa]
v_{mit} :	gemittelte Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
v_{max} :	maximale Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
λ :	Rohrreibungszahl	
R_e :	Reynoldszahl	$R_e = v \cdot d / \nu$
ρ :	Dichte	[kg / m³]
R_l :	laminarer Rohrwiderstand	
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]
η :	dynamische Viskosität	[Pa·s]
l :	Länge	[m]
d :	Durchmesser	[m]

4.3 Druckverlust in turbolenten Rohrströmungen

$$\boxed{v_{mit} = 0{,}83 \cdot v_{max}}$$

$$\boxed{\Delta p_V = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

$$\boxed{\lambda = f\left(R_e, \frac{d}{k}\right)}$$

$$\boxed{\Delta p_V = R_t \cdot \dot{V}^2}$$

$$\boxed{R_t = \frac{8 \cdot \lambda \cdot \rho \cdot l}{\pi^2 \cdot d^5}}$$

Δp_V :	Druckverlust	[Pa]
v_{mit} :	gemittelte Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
v_{max} :	maximale Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
λ :	Rohrreibungszahl siehe Moody-Diagr.	(Bild 5.2)
R_e :	Reynoldszahl	$R_e = v \cdot d / \nu$
ρ :	Dichte	[kg / m³]
R_l :	turbolenter Rohrwiderstand	
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]
k :	Rauhigkeitswert	(Bild 5.3)
l :	Länge	[m]
d :	Durchmesser	[m]

4.4 Druckverlust in nicht kreisförmigen Querschnitten

Allgemein gilt, daß der kreisförmige Durchmesser durch einen hydraulisch vergleichbaren Durchmesser ersetzt wird.

$$\boxed{d \mathrel{\hat{=}} d_{gl} = \frac{4 \cdot A}{U}}$$

d_{gl} :	gleichwertiger (hydraul.) Durchmesser	[m]
A :	Querschnitt	[m²]
U :	Umfang	[m]

Rechteckkanal:

$$\boxed{\begin{aligned} A &= a \cdot b \\ U &= 2 \cdot (a + b) \end{aligned}}$$

a :	Höhe des Kanals (offener Kanal: a = Spiegelhöhe)	[m]
b :	Breite des Kanals	[m]

Kreisring:

$$\boxed{\begin{aligned} A &= \frac{D_1^2 \cdot \pi}{4} - \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \\ U &= D_1 \cdot \pi + d_2 \cdot \pi \end{aligned}}$$

D_1 :	Innendurchmesser vom Außenrohr	[m]
d_2 :	Außendurchmesser vom Innenrohr	[m]

Elipse:

$$\boxed{\begin{aligned} A &= \pi \cdot 2a \cdot 2b \\ U &\approx \pi \cdot (2a + 2b) \end{aligned}}$$

a :	Höhe des Kanals	[m]
b :	Breite des Kanals	[m]

4.5 Druckverlust an Rohrbögen und -einbauten

$$\boxed{\Delta p_V = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}$$

$$\boxed{\Delta p_V = R \cdot \dot{V}^2}$$

$$\boxed{R = \frac{8 \cdot \zeta \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d^4}}$$

$$\boxed{\zeta = \lambda \cdot \frac{l}{d}}$$

Δp_V :	Druckverlust	[Pa]
ζ :	Widerstandsbeiwert	(Bild 5.4 – 5.9)
ρ :	Dichte	[kg / m³]
R :	Einzelwiderstand	
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]
λ :	Rohrreibungszahl siehe Moody-Diagr.	(Bild 5.2)
l :	Länge	[m]
d :	Durchmesser	[m]

4.6 Widerstandskennlinie

Mit der Widerstandskennlinie kann man auf einfache Weise von einem unbekannten Betriebsfall ($\dot{V}_1$) auf einen Zweiten ($\dot{V}_2$) extrapoliert werden (siehe Bild 5.10).

$$\boxed{\frac{\Delta p_1}{\dot{V}_1^2} = \frac{\Delta p_2}{\dot{V}_2^2}}$$

Δp_V :	Druckverlust	[Pa]
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]

4.7 Reihen und Parallelschaltung von Widerständen

Reihe:

$$\boxed{R_{ges} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n}$$

$$\boxed{\Delta p_{ges} = R_{ges} \cdot \dot{V}^2}$$

R :	Einzelwiderstand	
Δp_{ges} :	Gesamtdruckverlust	[Pa]
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]

Parallel:

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{R_{ges}}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{R_n}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta p_{ges} &= \Delta p_1 = \Delta p_2 = \Delta p_n \\ \Delta p_{ges} &= R_1 \cdot \dot{V}_1^2 = R_2 \cdot \dot{V}_2^2 \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{V}_{ges} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \ldots + \dot{V}_n \\ \dot{V}_{ges} &= \sqrt{\frac{\Delta p_{ges}}{R_{ges}}} \\ \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\Delta p_1}{R_1}} \end{aligned}}$$

R :	Einzelwiderstand	
Δp_{ges} :	Gesamtdruckverlust	[Pa]
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]

4.8 Fließformel für offene Kanäle

Bernouli-Sonderfall ($p_1=p_2=p_B$):

$$\boxed{z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_V}$$

h_V :	Verlusthöhe	[m]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
z :	Ortshöhe von der Null-Linie	[m]

Allgemein gilt die Darcy-Gl.:

$$\boxed{h_V = \frac{\Delta p_V}{\rho \cdot g} = \lambda \cdot \frac{l}{d_{gl}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}}$$

$$\boxed{\lambda \approx \frac{1}{\left[2 \cdot \lg\left(3{,}1 \cdot \frac{d_{gl}}{k}\right)\right]^2}}$$

Δp_V:	Druckverlust	[Pa]
h_V :	Verlusthöhe	[m]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
λ :	Rohrreibungszahl siehe Moody-Diagr.	(Bild 5.2)
l :	Länge	[m]
d_{gl} :	gleichwertiger (hydraul.) Durchmesser	[m]

Fließgefälle (v_1=v_2=v bei konstanten Querschnitt):

$$J = \frac{z_1 - z_2}{l} = \frac{h_V}{l} = \sin\alpha$$

$$J = \frac{\lambda}{d_{gl}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

J :	Gefälle	
z :	Ortshöhe von der Null-Linie	[m]
h_V :	Verlusthöhe	[m]
g :	Erdbeschleunigung	[9,81 m / s²]
λ :	Rohrreibungszahl siehe Moody-Diagr.	(Bild 5.2)
l :	Länge	[m]
d_{gl} :	gleichwertiger (hydraul.) Durchmesser	[m]

Empirische Fließformel für prakt. Anwendung von Manning-Strickler:

$$J = \frac{v^2}{r_{gl} \cdot K_{MS}^2}$$

$$r_{gl} = \frac{d_{gl}}{4} = \frac{A}{U}$$

K_{MS} :	Fließzahl	(Tab. 5.12 b)
r_{gl} :	gleichwertiger (hydraul.) Radius	[m]

5. Strömungsimpuls und Kräftegleichgewicht

5.1 Impulsgleichung

$$I = m \cdot v$$

I :	Impuls	[kg·m / s]
m :	Masse	[kg]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]

5.2 Impulsstromgleichung

$$\dot{I} = \dot{m} \cdot v$$

$$\dot{I} = \rho \cdot \dot{V} \cdot v$$

$$\dot{I} = \rho \cdot A \cdot v^2$$

$\dot{I}$:	Impulsstrom = Stromkraft eines Strahls	[kg·m / s² = N]
$\dot{V}$:	Volumenstrom	[m³ / s]
$\dot{m}$:	Massenstrom	[kg / s]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
ρ :	Dichte	[kg / m³]

5.3 Impulssatz

$$\sum \vec{\dot{I}} + \sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_W + \vec{F}_G + \vec{F}_R$$

$\dot{I}$:	Impulsstrom = Stromkraft eines Strahls		[kg·m / s² = N]
F :	äußere Kräfte		[N]
F_p :	Druckkraft	F_p = p·A	[N]
F_W :	Wandkraft		[N]
F_G :	Gewichtskraft	F_G = m·g	[N]
F_R :	Reibungskraft		[N]

5.4 Einfache Impulsbilanz

Da der Impulsstrom und die Kräfte **Vektoren** sind, ist die Impulsbilanz in allen **Koordinatenrichtungen (x, y, z)** separat durchzuführen. Der **eintretende Impulsstrom wirkt positiv** und der **austretende Impuls als Reaktionskraft** wirkt **entgegengesetzt**. **Wandkräfte** wirken als **Reaktionkräfte** stets senkrecht zur Wandfläche.
Die **Schubkraft** (F_S) ist der resultierenden Wandkraft entgegengesetzt gerichtet und im Betrag gleich groß.

$$\boxed{\vec{\dot{I}}_1 - \vec{\dot{I}}_2 + \vec{F}_{D1} - \vec{F}_{D2} + \vec{F}_W = 0}$$

$$\boxed{\rho \cdot A_{1x} \cdot v_{1x}^2 - \rho \cdot A_{2x} \cdot v_{2x}^2 + p_{1x} \cdot A_{1x} - p_{2x} \cdot A_{2x} + F_{Wx} = 0}$$

$$\boxed{\rho \cdot A_{1y} \cdot v_{1y}^2 - \rho \cdot A_{2y} \cdot v_{2y}^2 + p_{1y} \cdot A_{1y} - p_{2y} \cdot A_{2y} + F_{Wy} = 0}$$

Index 1 : Eintritt
Index 2 : Austritt

Berechnung von p_1 bzw. p_2 :

$$p_1 - p_2 = \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

Rohrbögen (Bild 6.1)**:**

$$\boxed{\begin{aligned} F_{Wx} &= A_x \cdot \rho \cdot v^2 + A_x \cdot p_1 \\ F_{Wy} &= A_y \cdot \rho \cdot v^2 + A_y \cdot p_2 - (m \cdot g) \\ F_{res} &= \sqrt{F_{Wx}{}^2 + F_{Wy}{}^2} \quad \text{bei } 90° - \text{Bögen} \end{aligned}}$$

Düsenschub bzw. Rückstoß an Düsen (Bild 6.2)**:**

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{1ü}}{\rho \cdot \left(1 - \frac{d_2^4}{d_1^4} + \zeta_2\right)}}}$$

$$\boxed{F_S = -A_2 \cdot \rho_2 \cdot v_2^2 - (A_2 \cdot p_2 + A_1 \cdot \rho_1 \cdot v_1^2 + A_1 \cdot p_1)}$$

$$\boxed{F_W = -F_S = \frac{2 \cdot A_2 \cdot p_{1ü}}{\left(1 - \frac{d_2^4}{d_1^4} + \zeta_2\right)}}$$

Rückstoß einer Düse an einem Behälter (Bild 6.2)**:**

$$\boxed{F_W = -F_S = \frac{2 \cdot A_2 \cdot (p_{1ü} + \rho \cdot g \cdot h)}{(1 + \zeta_2)}}$$

Rückstoß Querschnittserweiterung von A_1 auf A_2 (Bild 6.3)**:**

$$\boxed{F_W = -F_S = -A_2 \cdot (\rho \cdot v_2^2 + p_2) + A_1 \cdot (\rho \cdot v_1^2 + p_1)}$$

$$\boxed{p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_2^2 \cdot (1 + \zeta_2) - v_1^2\right)}$$

Senkrechter Strahlstoß auf eine ebene Platte (Bild 6.4)**:**

- ruhende Wand (u=0 Geschwindigkeit der Wand)

$$\boxed{F_W = \dot{I} = A \cdot \rho \cdot v^2}$$

- bewegte Wand ($u \neq 0$ Geschwindigkeit der Wand)

$$\boxed{F_W = \dot{I} = A \cdot \rho \cdot (v - u)^2}$$

Schub von Propeller- und Strahltriebwerken (Bild 6.5)**:**

$$\boxed{F_S = m_2 \cdot v_2 - m_1 \cdot v_1}$$

Strahlstoßkräfte auf geneigte Wände siehe Bild 6.6

5.5 Strömung mit Energiezufuhr

Wird einer Strömung auf dem Weg von ① nach ② von außen Energie hinzugeführt $\mathbf{E_{zu}}$ (Pumpe, Ventilator) oder nach außen abgeführt $\mathbf{E_{ab}}$ (Turbine) ist dies wie folgt zu berücksichtigen:

$$\boxed{g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + E_{zu}^* = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + E_{ab}^*}$$

$g \cdot z$:	spez. Lageenergie bezogen auf eine Bezugshöhe
$\frac{p}{\rho}$:	spez. Druckenergie
$\frac{v^2}{2}$:	spez. Kinetische Geschwindihkeitsenergie
E_{zu}^* :	spez. zugeführte Energie (Pumpe, Ventilator)
E_{ab}^* :	spez. abgeführte Energie (Turbine)

Da die Energiewandlung in der Strömungsmaschine nicht verlustfrei erfolgt, ergibt sich die tatsächliche aufzuwendende bzw. gewonnene Arbeit aus dem Wirkungsgrad.

$$\boxed{E_{zu}^* = E_{zu} \cdot \eta_{zu}}$$

$$\boxed{E_{ab}^* = \frac{E_{ab}}{\eta_{ab}}}$$

E :	spez. Energie	[J / kg]
η :	Wirkungsgrsd	
H :	Förderhöhe der Pumpe	[m]

Energieformen:	Lageenergie	$m \cdot g \cdot h$
	Druckenergie	$V \cdot p = m/\rho \cdot p$
	Bewegungsenergie	$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
	Innere Energie	$m \cdot u$

6. Kompressible Strömung

Kompressible Strömungen treten nur bei **Gasen** und **Dämpfen** ab einer Machzahl **Ma > 0,3** (siehe Kap. 3.3) auf.
Die meisten realen Gase können als ideale Gase bis auf Wasserdampf angesehen werden.

Typische Beispiele für kompressible Strömung:

- Gas- und Dampfströmungen in Rohrleitungen bei großen Durchsätzen
- Ausströmung von Gasen und Dämpfen aus Druckbehältern ($p > 2$ bar)
- Düsen und Diffusorströmungen
- Strömungen mit großem Wärmeaustausch
- Kompressoren- und Turbinenströmungen

6.1 Zustandänderungen

Kompression:
- Dichte wird erhöht
- mechanische Arbeit muß zugeführt werden

Expansion:
- Dichte wird verringert
- Energie wird freigesetzt und als technische Arbeit genutzt

Dissipation:
- Umwandlung von potentieller Energie in Wärme bzw. Verlustenergie (Druckverlust)
- nicht umkehrbar
- in adiabaten Systemen führt Dissipation zur Temperaturerhöhung

isochore:
- V = konstant
- Gay-Lussac: $p_1 / T_1 = P_2 / T_2$
- „Wärmewirkung auf ein ideales Gas bei konstanten Volumen führt allein zur Änderung der inneren Energie".

isobare:
- p = konstant
- Gay-Lussac: $V_1 / T_1 = V_2 / T_2$
- „Bei einer isobaren Zustandsänderung tritt die Änderung der inneren Energie und die Volumenänderungsarbeit auf".

isotherme:
- T = konstant
- Boyle-Mariotte: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$
- „Keine Wärmeisolierung - die Temperatur bleibt gleich, weil die Wärme nach außen abgegeben wird."

isentrope:
(adiabate)
- $\Delta q = 0$
- „Verlustfreier Idealprozeß, gut isoliertes System – keine Wärme fließt über die Grenzen nach außen ".

6.2 Thermische Zustandgrößen (p, T, ρ)

$$\boxed{\frac{\mathbf{p}}{\rho} = \mathbf{R_i} \cdot \mathbf{T}}$$

$$\boxed{\rho = \frac{\mathbf{1}}{\upsilon} = \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{V}}}$$

$$\boxed{\mathbf{R_i} = \mathbf{c_p} - \mathbf{c_V}}$$

P :	Druck	[Pa]
ρ :	Dichte	[kg / m³]
R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
m :	Masse	[kg]
T :	absolute Temperatur	[K]
υ :	spez. Volumen	[m³ / kg]

6.3 Kalorische Zustandgrößen (u, h, s, χ, c_V, c_p)

Spezifische innere Energie u

Sie bezeichnet den Energiezustand des ruhenden Systems, d.h. die nicht sichtbare Bewegungs- und Potentiaenergie der Mohlekühle.

$$\boxed{\mathbf{u} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{m}}}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{u} = \mathbf{c_V} \cdot \Delta\mathbf{T}}$$

u :	spez. Innere Energie	[J / kg]	
U :	innere Gesamtenergie	[J]	
ΔT :	Temperaturdifferenz	[K]	K : Kelvin
c_V :	isochore spez. Wärmekapazität	[J / (kg·K)]	

Spezifische Enthalpie h

Die Enthalpie bezeichnet das Arbeitsvermögen eines ruhenden idealenStoffes im Zustand ① gegenüber einem beliebigen Vergleichzustand ②.

$$\boxed{\mathbf{h} = \mathbf{u} + \frac{\mathbf{p}}{\rho}}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{h} = \mathbf{c_p} \cdot \Delta\mathbf{T}}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{h} = \mathbf{h_1} - \mathbf{h_2}}$$

u :	spez. Innere Energie	[J / kg]	
h :	spez. Enthalpie	[J / kg]	
ΔT :	Temperaturdifferenz	[K]	K : Kelvin
c_p :	isobare spez. Wärmekapazität	[J / (kg·K)]	

Spezifische Wärmekapazität c_V und c_p

Unter der spezifischen Wärmekapazität versteht man die Wärmemenge, die erforderlich ist, um eine Stoffmasse von 1 kg um 1 Grad zuerwärmen oder abzukühlen. Man unterscheidet isobare c_p (p=konst.) und isochore c_V (V=konst.) spez. Wärmekapazität. Das Verhältnis der beiden spez. Wärmekapazitäten nennt man **Isentropenexponent** χ.

$$\boxed{\mathbf{c_V} = \frac{\mathbf{R_i}}{\chi - \mathbf{1}}}$$

$$\boxed{\mathbf{c_p} = \mathbf{R_i} \cdot \frac{\chi}{\chi - \mathbf{1}}}$$

$$\boxed{\mathbf{R_i} = \mathbf{c_p} - \mathbf{c_V}}$$

$$\boxed{\frac{\mathbf{T_1}}{\mathbf{T_2}} = \left(\frac{\upsilon_\mathbf{2}}{\upsilon_\mathbf{1}}\right)^{\chi-\mathbf{1}} = \left(\frac{\mathbf{p_1}}{\mathbf{p_2}}\right)^{\frac{\chi-\mathbf{1}}{\chi}}}$$

$$\boxed{\chi = \frac{\mathbf{c_p}}{\mathbf{c_v}}}$$

R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
υ :	spez. Volumen	[m³ / kg]
p :	Druck	[Pa]
T :	absolute Temperatur	[K]
c_p :	isobare spez. Wärmekapazität	[J / (kg·K)]
c_V :	isochore spez. Wärmekapazität	[J / (kg·K)]

Mollier-Diagramm (h,s-Diagramm Bild 8.3 **)**

Nicht alle kompressiblen Stoffe können als ideale Gase aufgefaßt werden. Für den technisch wichtigen Stoff Wasserdampf, der sich nicht wie ein ideales Gas verhält, sind die mathematischen Zusammenhänge recht kompliziert. Die Zusammenhänge sind im Mollier-Diagramm (h,s-Diagramm) grafisch dargestellt. Neben der spez. Enthalpie spielt die spez. Entropie (s) eine wichtige Rolle.

Spezifische Entropie s

Die spezifische Entropie bezeichnet den Energieverlust (Dissipation) der duch irreversible Wärmeentwicklung bei realen Zustandsänderungen ensteht.

Das Entropiedifferential Δs ist also bei idealen verlustfreien Zuständen gleich null. Solche Zustandsänderungen heißen isentrop (gleichbleibende Entropie). Im h,s-Diagramm liegen isentrope Anfangs- und Endzustände dementsprechend auf einer vertikalen Linie.

6.4 Energiegleichung

$$\boxed{\frac{v_1^2}{2} + h_1 \pm E_{zu/ab} = \frac{v_2^2}{2} + h_2 + Y_V}$$

($g \cdot \Delta z = 0$)

h :	spez. Enthalpie	[J / kg]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
$E_{zu/ab}$:	spez. Energie zufuhr /-abfuhr von außen	[J / kg = N·m / kg]
Y_V :	spez. massebezogener Energieverlust	[J / kg]

6.5 Druckverlust

$$\boxed{\frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot v_1^2 \cdot \frac{T_{mit}}{R_i \cdot T_1}}$$

$$\boxed{T_{mit} = \frac{1}{2} \cdot (T_1 + T_2)}$$

$$\boxed{\Delta p_V = p_1 - p_2}$$

$$\boxed{Y_V = \frac{\Delta p_V}{\rho}}$$

p :	Druck	[Pa]
λ :	Rohrreibungszahl	
l :	Länge	[m]
d :	Durchmesser	[m]
v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
T_{mit} :	mittlere Temperatur	[K]
R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
Δp_V:	Druckverlust	[Pa]
Y_V :	spez. massebezogener Energieverlust	[J / kg]

6.6 Behälterausströmung (isentrope und reale Zustandsänderung)

$$\boxed{v_2 = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta h_s}}$$

$$\boxed{v_2 = \varphi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \chi}{\chi - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}}\right]}}$$

$$\boxed{\dot{m}_2 = \mu \cdot \Psi \cdot A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot p_1}}$$

$$\boxed{\Psi = \sqrt{\frac{\chi}{\chi - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{\chi}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi + 1}{\chi}}\right]}}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
φ :	Geschwindigkeits- oder Reibungsbeiwert,	
	$\varphi < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
μ :	Einschnürungsfaktor, $\mu < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
Δh_s :	isentropes spez. Enthalpiegefälle	[J / kg]
χ :	Isentropenexponent	
R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
$\dot{m}$:	Massenstrom	[kg / s]
Ψ :	Ausflußfunktion	

Wenn $\left(\frac{p_2}{p_1}\right) < \left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{Krit.}$ dann ist **Schallgeschwindigkeit** bzw. **überkritische Strömung** (Strahl platzt auf) erreicht und Ψ_{max} **= konst** (siehe Bild 8.6).

6.7 Düse / Lavaldüse (isentrope und reale Zustandsänderung)

Düse $\Rightarrow$ Querschnittsverjüngung, Konvergenz, Strömungsbeschleunigung bis v = a, Druckabfall

Lavaldüse $\Rightarrow$ keine Geschwindigkeitsbegrenzung sondern Überschallströmung $v \geq a$, zuerst Querschnittsverjüngung dann Querschnittserweiterung, im engesten Querschnitt A_{min}: v = a, Druckabfall. **Austrittsdruck und -querschnitt** müssen bei der **Gestaltung** aufeinander abgestimmt sein (siehe Tabelle Seite 8-13).

Der Massenstrom ist durch den engsten Querschnitt (A_{min}) bei kritischem Druck (p_{krit} -Lavaldruck) und kritischer Geschwindigkeit (v_{krit}) begrenzt.

$$\boxed{p_{krit} = p_1 \cdot \left(\frac{2}{\chi + 1}\right)^{\frac{\chi}{\chi - 1}}}$$

χ :	Isentropenexponent	
p_{kri} :	kritischer Druck	[Pa]
	$\Rightarrow$ gilt natürlich auch für Behälterausströmung	

$$v_2 = \varphi \cdot \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot \Delta h_s}$$

$$v_2 = \varphi \cdot \sqrt{v_1^2 + \frac{2 \cdot \chi}{\chi - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}} \right]}$$

$$\dot{m}_{A_{min}} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \mu \cdot \Psi \cdot A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot p_1}$$

$$\Psi = \sqrt{\frac{\chi}{\chi - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\chi}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\chi + 1}{\chi}} \right]}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
φ :	Geschwindigkeits- oder Reibungsbeiwert, $\varphi < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
μ :	Einschnürungsfaktor, $\mu < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
Δh_s :	spez. Enthalpiegefälle	[J / kg]
χ :	Isentropenexponent	
R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
$\dot{m}$:	Massenstrom	[kg / s]
Ψ :	Ausflußfunktion	

6.8 **Diffusor** (isentrope und reale Zustandsänderung)

Diffusor $\Rightarrow$ Querschnittserweiterung, Divergenz, Strömungsverzögerung (Unterschallströmung) v < a, Druckanstieg bzw. Verdichtungsströmung.

Es gelten grundsätzlich dieselben Zusammenhänge wie bei den Düsen. Da jedoch $p_2 / p_1 > 1$ ist, muß mit geänderten Vorzeichen bei der Berechnung der Austrittsgeschwindigkeit gerechnet werden. Ausflußfunktion und Massenstromgleichung gelten durch math. Kompensation des Vorzeichenwechsels unverändert.

$$v_2 = \varphi \cdot \sqrt{v_1^2 - \frac{2 \cdot \chi}{\chi - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}} - 1 \right]}$$

v :	Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
φ :	Geschwindigkeits- oder Reibungsbeiwert, $\varphi < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
μ :	Einschnürungsfaktor, $\mu < 1 \Rightarrow$ reale Strömung	
Δh_s :	spez. Enthalpiegefälle	[J / kg]
χ :	Isentropenexponent	
R_i :	spez. Gaskonstante	[J / (kg·K)]
$\dot{m}$:	Massenstrom	[kg / s]
Ψ :	Ausflußfunktion	

Hinweis für Behälter-, Düse-, Lavaldüse und Diffusorströmung:

Fehlt eine Größe kann man sie nartürlich auch durch die Durchflußgleichung bestimmen.

$$\dot{m}_2 = A_2 \cdot v_2 \cdot \rho_2$$

7. Strömungsmaschinen

7.1 Gliederungskriterien

- Art des Fluids:
  - ⇒ **Hydraulische Maschinen**, inkompressible Flüssigkeiten, Wasserturbine und Pumpen.
  - ⇒ **Thermische Maschinen**, kompressible Gase und Dämpfe, Gas- und Dampfturbinen oder Turboverdichter.
- Durchströmungsrichtung:
  - ⇒ **Radialmaschinen**, werden von innen nach außen oder von außen nach innen durchströmt.
  - ⇒ **Axialmaschinen**, werden senkrecht zur Rotationsbewegung in Wellenrichtung durchströmt.
- Art der Energieumwandlung:
  - ⇒ **Arbeitsmaschinen**: mechanische Arbeit → potentielle Energie Pumpe und Verdichter
  - ⇒ **Kraftmaschinen**: potentielle Energie → mechanische Arbeit Turbinen

7.2 Stutzenarbeit

Hydraulische Maschinen:

$$\boxed{Y_{id} = g \cdot \Delta z = \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta v^2}{2}}$$

Y_{id} : ideale Stutzenarbeit [J / kg]

für $\Delta z = 0$

$$Y_{id} = \frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta v^2}{2}$$

$$Y_{id} = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho}$$

Thermische Maschinen:

$$\boxed{Y_{id} = \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2}}$$

für Entspannung (Turbine)

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

$$\Delta h = \frac{\chi}{\chi - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}\right]$$

für Verdichtung (Ventilator)

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

$$\Delta h = \frac{\chi}{\chi - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} - 1\right]$$

7.3 Leistung

Arbeitsmaschinen:

$$\boxed{P = \frac{\dot{m} \cdot Y_{id}}{\eta}}$$

$$\boxed{P = \frac{F_u \cdot u}{\eta} = \frac{F_u \cdot r \cdot \omega}{\eta} = \frac{M \cdot \omega}{\eta}}$$

P :	Leistung		[J / s = W]	W : Watt
Y_{id} :	ideale Stutzenarbeit		[J / kg]	
$\dot{m}$:	Massenstrom		[kg / s]	
F_u :	Umfangskraft		[N]	
u :	Umfangsgeschwindigkeit		[m / s]	
η :	Wirkungsgrad			
ω :	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$	[1 / s]	

Kraftmaschinen:

$$\boxed{P = \dot{m} \cdot Y_{id} \cdot \eta}$$

$$\boxed{\begin{aligned} P &= F_u \cdot u \cdot \eta \\ P &= F_u \cdot r \cdot \omega \cdot \eta = M \cdot \omega \cdot \eta \end{aligned}}$$

P :	Leistung		[J / s = W]	W : Watt
Y_{id} :	ideale Stutzenarbeit		[J / kg]	
$\dot{m}$:	Massenstrom		[kg / s]	
F_u :	Umfangskraft		[N]	
u :	Umfangsgeschwindigkeit		[m / s]	
η :	Wirkungsgrad			
ω :	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$	[1 / s]	

7.4 Wirkungsgrad

$$\boxed{\eta = \eta_i \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_m}$$

η_i :	innerer Wirkungsgrad (Strömungsverluste)
η_{vol} :	volumetrischer Wirkungsgrad (Spaltleckageverluste)
η_m:	mechanischer Wirkungsgrad (Lagerreibung, Getriebeverluste)

7.5 Energieumsetzung im Laufrad

Eulerische Hauptgleichung:

$$\boxed{Y_{id} = u_2 \cdot c_{2u} - u_2 . c_{1u}}$$

bei Axialmaschinen

$$\boxed{Y_{id} = u \cdot (c_{2u} - c_{1u})}$$

Geschwindigkeitspläne (Bild 2.7)

$$\boxed{u = \pi \cdot D \cdot n}$$

$$\boxed{c_m = \frac{\dot{V}}{A} \cdot k}$$

$$\boxed{A_{Radial} = \pi \cdot D \cdot b}$$

$$\boxed{A_{Axial} = \frac{\pi}{4} \cdot (D_a^2 - D_i^2)}$$

Y_{id} :	ideale Stutzenarbeit	[J / kg]
u :	Umpfangsgeschwindigkeit $u = r \cdot \omega$	[m / s]
c :	absolute Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
w :	relative Strömungsgeschwindigkeit	[m / s]
c_m :	Mediangeschwindigkeit	[m / s]
c_u :	Umfangskomponente der Absolutgeschw. $c_u = c \cdot \cos\alpha$	[m / s]
k :	Verengungsfaktor	
b :	Laufradbreite	[m]
D :	Laufraddurchmesser	[m]

Sonstige Geschwindigkeiten aus den Winkelbeziehungen (sin, cos, tan)

7.6 Ähnlichkeitsbedingungen

Zum Umrechnen von Betriebszustände oder Baugrößen einer Typenreihe (gleiche Konstruktionsmerkmale).

$$\boxed{\frac{\dot{V}_I}{\dot{V}_{II}} = k_D^3 \cdot k_n}$$

$$\boxed{\frac{Y_I}{Y_{II}} = \frac{\Delta p_{totI}}{\Delta p_{totII}} = k_D^2 \cdot k_n^2}$$

$$\boxed{\frac{P_I}{P_{II}} = k_D^5 \cdot k_n^3}$$

Größenverhältnis:

$$k_D = \frac{D_I}{D_{II}}$$

Drehzahlverhältnis:

$$k_n = \frac{n_I}{n_{II}}$$

7.7 Kavitation

H_{HM} (NPSHR) Maschinenkennzahl (spezifische Maschinenhaltedruckhöhe), muß nicht berechnet werden, sondern wird angeben oder kann direkt abgelesen (Bild 3.4) werden.

H_{HA} (NPSHA) Anlagenkennzahl (spezifische Anlagenhaltedruckhöhe)

Bedingung für Kavitationsfreiheit:

$$\boxed{NPSHA > NPSHR}$$

$$\boxed{NPSHA = NPSHR \cdot S_A}$$

NPSHR **:**	spezifische Maschinenhaltedruckhöhe	[m]
NPSHA **:**	spezifische Anlagenhaltedruckhöhe	[m]
S_A :	Sicherheitsfaktor	

Erforderliche geodätische Zulaufhöhe (Zulaufhöhe muß oberhalb des Saugstutzens liegen):

$$\boxed{\Delta h_z = NPSHA - \frac{p_0 - p_D}{\rho \cdot g} - \frac{c_0^2}{2 \cdot g} + \frac{Y_V}{g}}$$

Δh_z :	geodätische Zulaufhöhe	[m]
p_0 :	Druck im Saugstutzen	[Pa]
p_D :	Dampfdruck (Bild 5.1)	[Pa]
c_0 :	Absolutgeschwindigkeit im Saugstutzen	[m / s]
Y_V :	spez. massebezogener Energieverlust	[J / kg]
	Anlagendruckverluste werden angeben oder müssen aus den Rohr- und Einzelwiderständen berechnet werden.	

Erforderliche geodätische Saugfhöhe (Saughöhe muß unterhalb des Saugstutzens liegen):

$$\boxed{\Delta h_s = NPSHA + \frac{p_0 - p_D}{\rho \cdot g} + \frac{c_0^2}{2 \cdot g} - \frac{Y_V}{g}}$$

Δh_s :	geodätische Saughöhe	[m]
p_0 :	Druck im Saugstutzen	[Pa]
p_D :	Dampfdruck (Bild 5.1)	[Pa]
c_0 :	Absolutgeschwindigkeit im Saugstutzen	[m / s]
Y_V :	spez. massebezogener Energieverlust	[J / kg]
	Anlagendruckverluste werden angeben oder müssen aus den Rohr- und Einzelwiderständen berechnet werden.	

7.8 Betriebsverhalten von Arbeitsmaschinen

Bestimmung des Betriebspunktes im Kennfeld:

Der Betriebspunkt läßt sich aus dem Maschinenkennfeld bestimmen, indem man zusätzlich die Anlagenkennlinie in das Diagramm einfügt. Der **Schnittpunkt** der **Anlagenkennlinie** mit der **Maschinenkennlinie** bei betrachteter Drehzahl bezeichnet man als **Betriebspunkt**, weil sich dort die Betriebscharakteristiken von Anlage und Maschine bei **gleichen Volumenstrom** treffen.
Ändern sich die Anlagen-Reibungswiderstände (Anlagenkennlinie) z.B. durch Ventilstellung, so verändert sich der Betriebspunkt auf der Drosselkurve .

Bestimmung der Anlagenkennlinie: $\Delta p_t = R^* \cdot \dot{V}^2$

Für jeden Anlagen-Reibungswiderstand (R_{max} geschlossene Drosselklappe, R_{min} offene Drosselklappe) ist eine Tabelle zu erstellen. Die Werte sind dann in das Kennfeld einzutragen.

$\dot{V}$				
Δp_t				

Möglichkeiten der Maschinenregelung:

- Drosselregelung,
  ist im engeren Sinn keine Maschinenregelung, da die Anlagenkennlinie primär verändert wird. Zu beachten ist beiKennfeldern mit Totaldruckerhöhung ($\Delta p_{tot} = Y \cdot \rho$) , ob die Drosselung saug- oder druckseitig erfolgt, da die Fluiddichte druckabhängig ist.

- Drehzahlregelung,
  ist die effektivste Art der Maschinenregelung, die Geschwindigkeitsdreiecke optimal und der innere Wirkungsgrad maximal ist. Die optimale Drehzahl ergibt sich aus minimaler Leistung im Betriebspunkt. Drehzahl betriebene Antriebe bedeuten allerdings höhere Anschaffungskosten.

7.9 Reihen- und Parallelschaltung

Reihenschaltung: $\Rightarrow$ **Druckverluste oder Totaldruckerhöhungen addieren sich**

$$\boxed{\Delta p_{ges} = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3}$$

$$\boxed{R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3}$$

Parallelschaltung: $\Rightarrow$ **Volumenströme addieren sich**

$$\boxed{\dot{V}_{ges} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{R_{ges}}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}} + \frac{1}{\sqrt{R_3}}}$$

Die Ersatzkennlinie bei **Anlagen** und **Maschinen** können **graphisch** ermittelt werden, indem bei Reihenschaltung die Druckverluste oder Totaldruckerhöhungen addiert werden und bei Parallelschaltung die Volumenströme.

Dir Ersatzkennlinien bei **Anlagen** können **rechnerisch** ermittelt werden, indem über ein Ersatzschaltbild der Ersatzwiderstand ermittelt wird. Bei Maschinen ist das nicht möglich.

7.10 Druckverlauf in Rohrsträngen mit Arbeitsmaschinen

Die Totaldruck-Extremwerte treten direkt **vor** oder **hinter** einer Arbeitsmaschine auf,
Siehe hierzu Druck-Weg-Diagramm (Bild 7.7).

$$\boxed{\Delta p_{tot} = (p_{stat2} - p_{stat1}) + (p_{dyn2} - p_{dyn1})}$$

8. Sonstiges

8.1 Wärmeenergie, -arbeit

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$$
$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$$

Q :	Wärmeemergie	[J]
m :	Masse	[m]
c :	spezifische Wärmekapazität	[kJ / kgK]
$\Delta\vartheta$:	Temperaturdifferenz	[° oder K]

8.2 Winkelfunktionen

$$\sin\alpha = \frac{GK}{Hyp}$$
$$\cos\alpha = \frac{AK}{Hyp}$$
$$\tan\partial = \frac{GK}{AK}$$

GK :	Gegenkathete
AK :	Ankathete
Hyp :	Hypotenuse

8.3 Umrechnungen Druck

1 bar	=	10^5 Pa	1 Torr	=	133,3 Pa
1 Pa	=	10^{-5} bar	1 bar	=	750.06 Torr